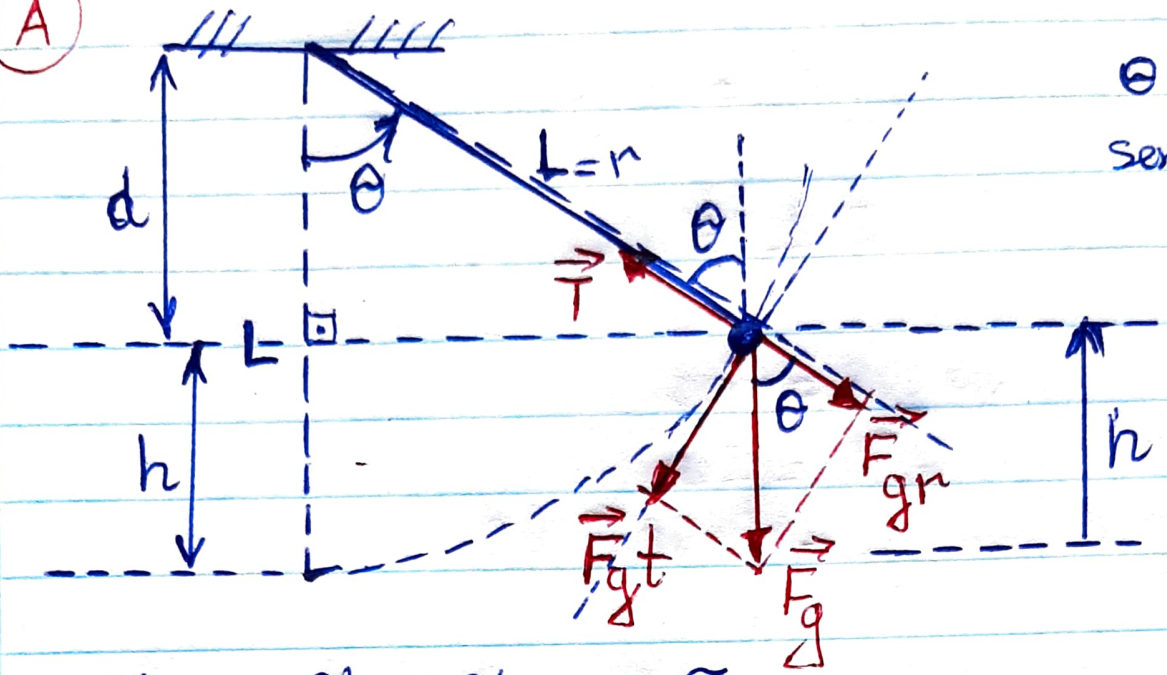
(1) PROVA 4

(A)



$\theta = 60°$

$\text{sen}\,\theta = \text{sen}\,60° = 0{,}866$

$$\tau_{Res} = \tau_T + \tau_{F_{gr}} + \tau_{F_{gt}}$$

$$\tau_T = \tau_{F_{gr}} = 0$$

$$\tau_{F_{gt}} = -F_{gt} \cdot L$$
$$= -F_g \cdot \text{sen}\theta \cdot L$$
$$= -mg(\text{sen}\theta) \cdot L$$
$$= 2{,}00 \cdot 9{,}80 \cdot (\text{sen}\,60°) \cdot 3{,}00$$
$$\tau_{Res} = \tau_{F_{gt}} = 50{,}92 \text{ N.m}$$

$$I = mr^2 = mL^2 = 2{,}00 \cdot (3{,}00)^2 \Rightarrow I = 18{,}0 \text{ kg.m}^2$$

$$\tau_{Res} = I \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\tau_{Res}}{I} = \frac{50{,}92}{18{,}0} \Rightarrow \alpha =$$

$$\alpha = 2{,}83 \text{ rad/s}^2$$

(B) Conservação da energia:

$$U_{g,i} = K_{rot}$$

$$mgh = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$$\begin{cases} m = 2{,}00\ kg \\ I = 18{,}0\ kg \cdot m^2 \end{cases}$$

$$2{,}00 \cdot 9{,}80 \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 18{,}0 \cdot \omega^2$$

$$19{,}6\,h = 9{,}00\,\omega^2 \quad \ldots(1)$$

Achar h:

Na figura do item A: $h = L - d$

$$d = L\cos\theta$$

$$\therefore h = L - L\cos\theta$$

$$h = L(1 - \cos\theta)$$

$$\therefore h = 3{,}00 \cdot (1 - \cos 60°) = 3{,}00(1 - 0{,}500)$$

$$h = 1{,}50\ m \quad \ldots(2)$$

(2) em (1):

$$19{,}6 \cdot 1{,}50 = 9{,}00 \cdot \omega^2$$

$$29{,}4 = 9{,}00 \cdot \omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{29{,}4}{9{,}00} = 3{,}267$$

$$\boxed{\omega = 1{,}81\ rad/s}$$

(C) Teorema do trabalho e da energia cinética:

$$W = \Delta K_{rot}$$

$$-mg\,\Delta h = \frac{1}{2} I(\omega^2 - \omega_i^2)$$

$$-2{,}00 \cdot 9{,}80 \cdot (0 - h^2) = (1/2) \cdot 18{,}0 \cdot (\omega^2 - 0^2)$$

$$19{,}6\,h = 9{,}00\,\omega^2$$

$$19{,}6 \cdot 1{,}50 = 9{,}00\,\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{19{,}6 \cdot 1{,}50}{9{,}00} = \frac{29{,}4}{9{,}00} \Rightarrow \omega = 1{,}81\ rad/s$$

(A)

para a pessoa: $I_p = mr^2 = 70{,}0 \cdot \left(\frac{4{,}00}{2}\right)^2 = 280\ kg \cdot m^2$

para o disco: $I_D = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \cdot (250)(4{,}00)^2 = 2000\ kg \cdot m^2$

para o conjunto: $I_i = I_p + I_D \Rightarrow I_i = 2280\ kg \cdot m^2$

(B) $L_i = I_i \omega_i$

$= 2280 \cdot (\pi/4) \Rightarrow L_i = 570\pi\ kg \cdot m^2/s$

$L_i = 1790{,}7\ kg \cdot m^2/s$

(C) Pessoa na borda do disco:

$I_{pessoa} = mr^2 = 70{,}0 \cdot (4{,}00)^2 = 1120\ kg \cdot m^2$

$I_{final}: I_f = I_{pessoa} + I_D = (1120) + (2000)$

$I_f = 3120\ kg \cdot m^2$

Conservação do momento angular:

$L_f = L_i$

$I_f \omega_f = I_i \omega_i$

$3120 \cdot \omega_f = 2280 \cdot (\pi/4)$

$\omega_f = \frac{2280}{3120} \cdot \frac{\pi}{4} = 0{,}7307 \cdot \frac{\pi}{4}$

$\omega_f = 0{,}1827\pi\ rad/s$

$\omega_f = 0{,}5739\ rad/s$

velocidade angular diminui

(2)

(D) pessoa sobre posição localizada a 1 m do centro:

$$I_{pessoa} = mr^2 = 70,0 \cdot (1,00)^2 = 70,0 \text{ kg} \cdot m^2$$

I_{final} : $I_f = I_{pessoa} + I_{Disco} = 70,0 + 2000$

$$I_f = 2070 \text{ kg} \cdot m^2/s$$

Conservação do momento angular:

$$L_f = L_i$$

$$I_f \omega_f = I_i \omega_i$$

$$2070 \cdot \omega_f = 2280 \cdot (\pi/4)$$

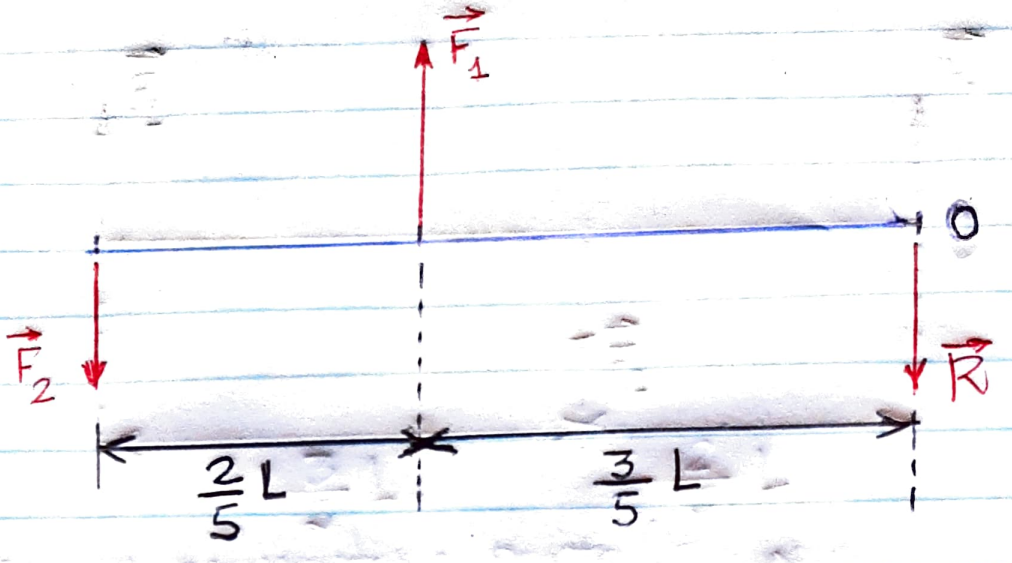
$$\omega_f = \frac{2280}{2070} \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right) = 1,101 \cdot \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

velocidade angular ~~aumenta~~

$$\omega_f = 0,2754\ \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_f = 0,8651 \text{ rad/s}$$

(A)



Centro de momentos: ponto O

Condição de equilíbrio: $\sum_{i=1}^{N} \tau_i = 0$ ...(1)

$\tau_R = 0$ ...(2)

$\tau_{F_1} = -F_1 \cdot \frac{3}{5}L$ ...(3)

$\tau_{F_2} = +F_2 \cdot L$; mas F_2 = peso da caixa

$F_2 = m \cdot g = 10{,}0\,kg \cdot 9{,}80\,\frac{m}{s^2}$

$F_2 = 98{,}0\,N$

$\therefore \tau_{F_2} = 98{,}0 \cdot L$ ...(4)

Substituir (4), (3) e (2) em 1:

$-F_1 \cdot \frac{3}{5}L + 98{,}0L = 0$

$-\frac{3}{5}F_1 \cdot L = -98{,}0L$

$\frac{3}{5}F_1 = 98{,}0 \Rightarrow F_1 = 98{,}0 \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow F_1 = 163{,}3\,N$

Resposta

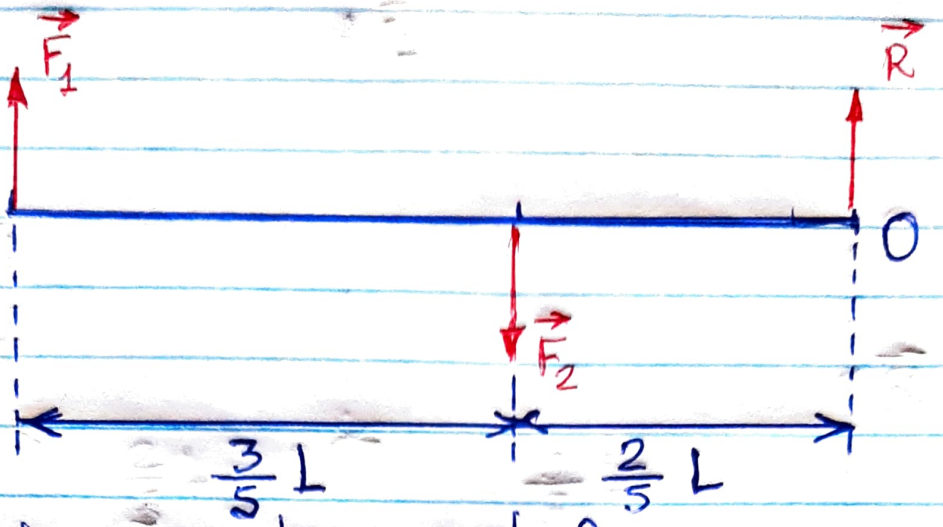
Condição de equilíbrio: $\sum_{i=1}^{N} F_i = 0$

$\therefore F_1 - F_2 - R = 0 \Rightarrow 163{,}3 - 98{,}0 \Rightarrow R = 65{,}3\,N$

Força $\vec{R}$: para baixo

(3)

(B)



Centro de momentos: ponto O

Condição de equilíbrio: $\sum_{i=1}^{N} \tau_i = 0$ ... (1)

$\tau_R = 0$ ... (2)

$\tau_{F_1} = -F_1 \cdot L$ ... (3)

$\tau_{F_2} = +F_2 \cdot \frac{2}{5}L$

mas: F_2 = peso da caixa = $m \cdot g$

$F_2 = 10{,}0\,kg \cdot 9{,}80\,\frac{m}{s^2} = 98{,}0\,N$

$\tau_{F_2} = 98{,}0 \cdot \frac{2}{5}L$

$\tau_{F_2} = 39{,}2L$ ... (4)

Substituir (4), (3) e (2) em (1):

$-F_1 \cdot L + 39{,}2L = 0$

$-F_1 + 39{,}2 = 0$

$\therefore \boxed{F_1 = 39{,}2\,N}$

Resposta

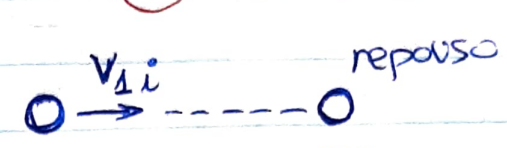
Condição de equilíbrio: $\sum_{i=1}^{N} F_i = 0$

$\therefore F_1 - F_2 + R = 0$

$39{,}2 - 98{,}0 + R = 0$

$\boxed{R = 58{,}8\,N}$

(4)

Antes: 

dados: $m_1 = m_2 = m$

$v_{1i} = 2{,}00\ m/s$

$v_{2i} = 0$

solução:

havendo só forças de interação interna: há conservação do momento linear (p)

$$p_f = p_i$$

$$m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}$$

($m_2 v_{2i}$: zero)

sendo $m_1 = m_2 = m$, então:

$$m v_{1f} + m v_{2f} = m v_{1i}$$

($m v_{1i}$: $2{,}00\ m/s$)

$$\therefore v_{1f} + v_{2f} = 2{,}00 \quad \ldots(1)$$

Duas incógnitas e uma equação.

Sendo colisão perfeitamente elástica: a energia mecânica é conservada. Então:

$$K_{1f} + K_{2f} = K_{1i} + K_{2i}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

Simplificando o fator $(1/2)$ e sendo $m_1 = m_2 = m$; $v_{2i} = 0$

$$m v_{1f}^2 + m v_{2f}^2 = m v_{1i}^2 + m \cdot 0^2$$

$$\therefore v_{1f}^2 + v_{2f}^2 = v_{1i}^2 \quad ; \text{com } v_{1i} = 2{,}00$$

$$v_{1f}^2 + v_{2f}^2 = 4{,}00 \quad \ldots(2)$$

Resolver sistema de equações (2) e (1)

de (1):

$$v_{1f} = 2{,}00 - v_{2f} \quad \ldots (3)$$

(3) em (2):

$$(2{,}00 - v_{2f})^2 + v_{2f}^2 = 4{,}00$$

$$(4{,}00 - 4v_{2f} + v_{2f}^2) + v_{2f}^2 = 4$$

$$4{,}00 - 4v_{2f} + v_{2f}^2 + v_{2f}^2 = 4{,}00$$

$$2v_{2f}^2 - 4v_{2f} = 0$$

$$v_{2f}^2 - 2v_{2f} = 0$$

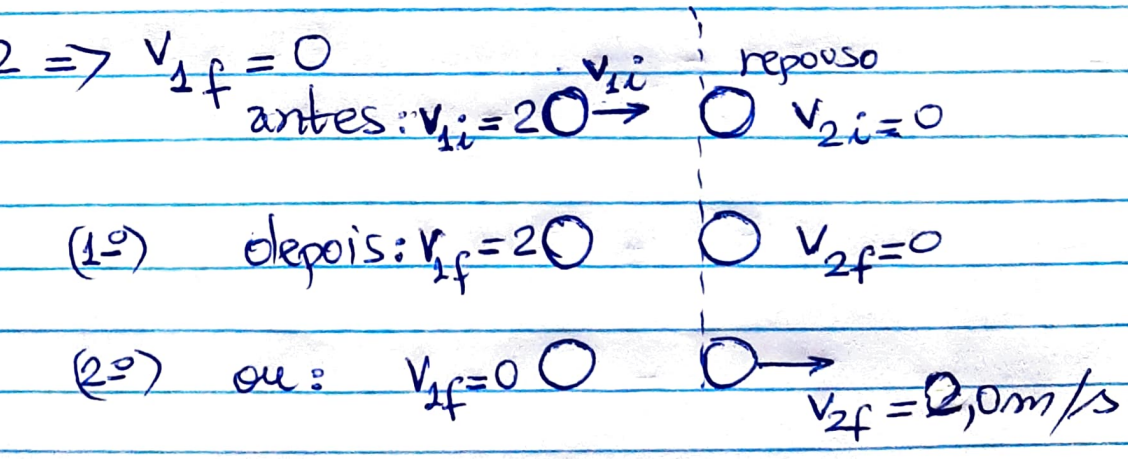
fatorando:

$$v_{2f}(v_{2f} - 2) = 0$$

$$\begin{cases} \text{ou: } v_{2f} = 0 \\ \text{ou: } v_{2f} - 2 = 0 \Rightarrow v_{2f} = 2 \end{cases}$$

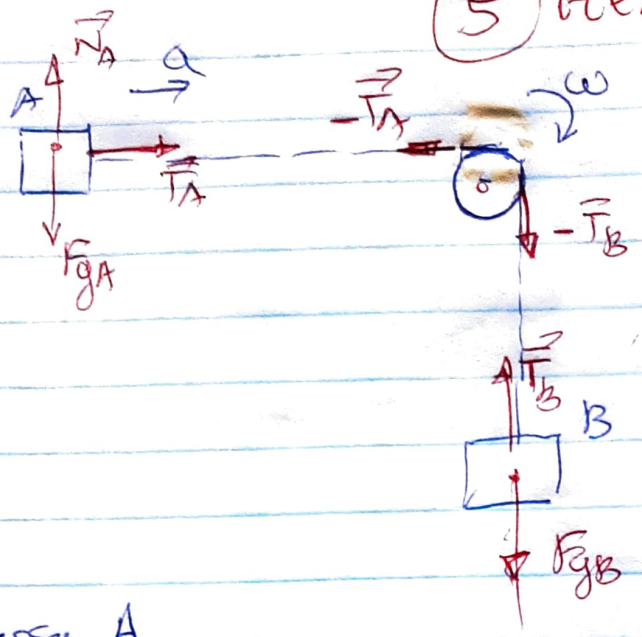
Verificar o sentido físico dessas duas respostas:
Aplicar na equação (3) para obter v_{1f}:
se: $v_{2f} = 0 \Rightarrow v_{1f} = 2{,}00$

se: $v_{2f} = 2 \Rightarrow v_{1f} = 0$



(1º) par é o estado antes da colisão
(2º) par é o estado depois da colisão: é a resposta

(5) item A



$m_A = 4{,}00\ kg$
$m_B = 2{,}00\ kg$
$M_{sold} = 3{,}00\ kg$
$R_{sold} = 15{,}0\ cm$

massa A

$F_{res,A} = m_A \cdot a$
$T_A = m_A \cdot a$
$T_A = 4a$ ...(1)

massa B

$F_{res,B} = m_B \cdot a$
$F_{gB} - T_B = m_B \cdot a$
$m_B g - T_B = m_B \cdot a$
$2{,}00 \cdot 9{,}80 - T_B = 2{,}00\ a$
$19{,}6 - T_B = 2a$ ...(2

Na soldaca:

$\tau_{res} = I\alpha$ ...(3)

$\tau_{res} = \tau_{T_B} - \tau_{T_A}$
$\tau_{res} = (T_B - T_A) \cdot R$
$\tau_{res} = (T_B - T_A) \cdot 0{,}15$ ...(4)

$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2} 3{,}00 \cdot (0{,}15)^2 = 1{,}50 \cdot 0{,}025 \Rightarrow$
$I = 0{,}03375$ ...(5)

$\alpha = \frac{a}{R} \Rightarrow \alpha = \frac{a}{0{,}15}$ ...(6)

(6), (5) e (4) em (3):

$(T_B - T_A) \cdot 0{,}15 = 0{,}03375 \cdot \frac{a}{0{,}15}$

$T_B - T_A = \frac{0{,}03375}{0{,}15 \cdot 0{,}15} \cdot a$

$T_B - T_A = 1{,}5\ a$ ...(7)

$$\begin{cases} T_A = 4a & (1) \\ 19,6 - T_B = 2a & (2) \\ T_B - T_A = 1,5a & (7) \end{cases}$$

(1) + (2):

$$T_A - T_B + 19,6 = 4a + 2a$$

$$T_A - T_B = 6a - 19,6$$

$$T_B - T_A = 19,6 - 6a \quad \ldots(8)$$

comparando (8) e (7):

$$1,5a = 6a + 19,6$$

$$19,6 = 6a + 1,5a$$

$$a = \frac{19,6}{7,5}$$

$$\boxed{a = 2,61 \text{ m/s}^2} \quad \ldots(9)$$

(9) em (1):

$$T_A = 4 \cdot 2,61 \Rightarrow \boxed{T_A = 10,44 \text{ N}} \quad \ldots(10)$$

(10) e (9) em (7):

$$T_B = 1,5 \cdot 2,61 + 10,44$$

$$\boxed{T_B = 14,36 \text{ N}} \quad \ldots(11)$$

(9) em (6):

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{2,61}{0,15} \Rightarrow \boxed{\alpha = 17,4 \text{ rad/s}^2}$$

$$\tau_{Res} = I\alpha = 0,03375 \times 17,4 \Rightarrow \boxed{\tau_{Res} = 0,587 \text{ N.m}}$$

$a = 2,61 \text{ m/s}^2$

$T_A = 10,44 \text{ N}$

$T_B = 14,36 \text{ N}$

$\alpha = 17,4 \text{ rad/s}^2$

$\tau = 0,587 \text{ N.m}$